**Лабораторная работа №3. Метод ветвей и границ**

**Цель работы:** освоить общие принципы решения задач методом ветвей и границ, решить задачу о коммивояжере данным методом, сравнить полученное решение задачи с комбинаторным методом перестановок.

**Ход работы**

## **1.1 Формулировка условия задачи коммивояжера.**

Для построения условия задачи коммивояжера была использована матрица расстояний, куда требовалось подставить номер варианта. Полученный результат представлен в таблице 1.1.

Таблица 1.1. Таблица расстояний

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Город** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** |
| **1** |  | 18 | 30 |  | 9 |
| **2** | 9 |  | 24 | 59 | 75 |
| **3** | 11 | 27 |  | 86 | 58 |
| **4** | 26 | 49 | 36 |  | 27 |
| **5** | 84 | 75 | 52 | 22 |  |

## **1.2 Решение задачи коммивояжера методом ветвей и границ.**

Для решения задачи методом ветвей и границ была написана программа, составляющая оптимальный путь и возвращающая минимальное расстояние, которое требуется пройти.

Для решения задачи, изначально приведем таблицу в форму матрицы расстояний:

Если все элементы первой строки таблицы уменьшить на 9 (наименьшее значение в строке), то это не повлияет на порядок городов в кратчайшем кольцевом маршруте, проходящем через все города по одному разу, а лишь сократит его длину на 9. Будем называть эту операцию приведением таблицы по строке, а число 9 – константой приведения. Аналогично можно поступить со всеми строками таблицы.

Приведённая по строкам матрица:

9 + 9 + 11 + 26 + 22 = 77

Если все элементы второго столбца таблицы уменьшить на 9 (наименьшее значение в столбце), то это не повлияет на порядок городов в кратчайшем кольцевом маршруте, проходящем через все города по одному разу, а лишь сократит его длину на 9. Будем называть эту операцию приведением таблицы по столбцу, а число 9 – константой приведения.

Полностью приведённая матрица:

9 + 10 = 19

Нижняя граница длинны кольцевого маршрута φ = 77 + 19 = 96.

Для каждой нулевой клетки получившейся преобразованной матрицы находим «оценку». Ею будет сумма минимального элемента по строке и минимального элемента по столбцу, в которых размещена данная нулевая клетка. Полученную оценку записываем рядом с нулем, в скобках. И находим среди вычисленных нулевых клеток максимальную оценку.

Выбираем нулевую клетку с наибольшей оценкой. Заменяем ее на «INF». Мы нашли один из отрезков пути. Ту строку и тот столбец, где образовалось две «INF» полностью вычеркиваем. В клетку, соответствующую обратному пути, ставим еще одну букву «INF» (т.к. мы уже не будем возвращаться обратно).

В случае если мы идём по маршруту (5, 4) то расстояние будет равно нижней границе кольцевого маршрута, то есть 96, а если не пойдём, то расстояние будет равно 96 + 70 = 166.

Так как меньшее расстояние 96, то мы идём из города 5 в город 4. Следовательно для дальнейших вычислений вычёркиваем 5 строку и 4 столбец из матрицы и повторяем те же действия:

Выбираем максимальное значение и получаем путь из города 1 в 5.

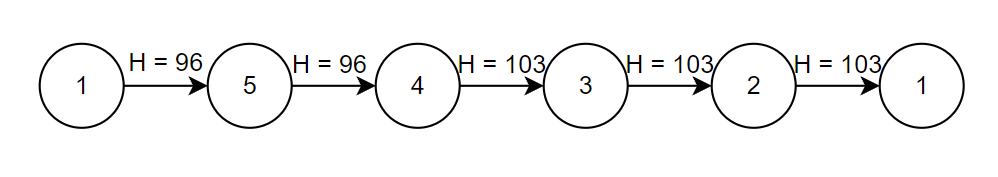
Следовательно, для дальнейших вычислений вычёркиваем 1 строку и 5 столбец из матрицы:

Данная матрица не является полностью приведённой, поэтому её надо привести по столбцам и соответственно она примет вид:

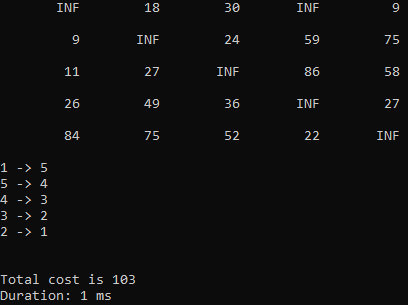
Следовательно, изменится нижняя граница кольцевого маршрута и соответственно: φ = 96 + 7 = 103.

Выбираем максимальное значение и получаем путь из города 3 в 2

Проанализировав данную матрицу, добавятся пути (4, 3) и (2, 1). Соответственно минимальное расстояние будет равно 103.

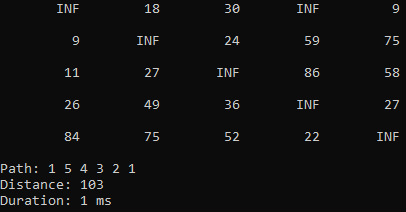
Полученный путь имеет следующий вид:

Проверим правильность данного решения программой, основанной на методе ветвей и границ:



## **1.3 Проверка правильности решения используя генератор перестановок.**

Для проверки решения была использована программа из предыдущей лабораторной работы, которая основывалась на генераторе перестановок.



Полученные значения идентичны с результатом работы метода ветвей и границ.

Вывод: изучил метод ветвей и границ на примере решения задачи коммивояжера.